

# Etude du comportement d'un élément thermoélectrique grâce à l'analogie électrique \*\* mode refroidissement \*\*

**G. Fraisse** <sup>(1)</sup>, **JY Serrat** <sup>(1)</sup>, **C. Goupil** <sup>(2)</sup>, **M. Lazard** <sup>(3)</sup>

**PIE : THERMOELECTRORECUP** (2007-2009) - Coordinateur C. Goupil  
**CRISMAT** <sup>(2)</sup> – ICMPE – ICMCB – ICG – LOCIE <sup>(1)</sup>  
**GIP InSIC** <sup>(3)</sup>

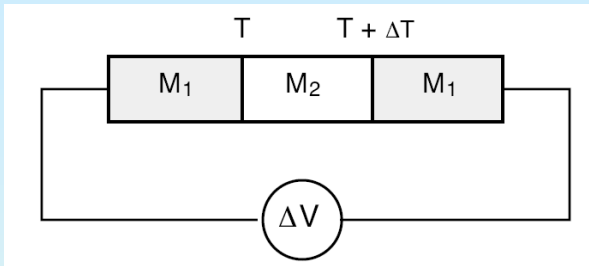
Réunion du GDR Thermoélectricité, 25-26 novembre 2008 à Montpellier

# Plan de la présentation

- 1 Les effets thermoélectriques**
- 2 Modélisation d'un élément thermoélectrique**
  - La littérature n'est pas toujours claire !
- 3 Etude du comportement d'un élément**
  - Rôle de l'effet Thomson ?
  - Paramètres constants ou  $f(T)$  ?
  - Contribution de chacun des effets ?
  - Section variable ?
  - Le courant pulsé
- 4 Conclusion**

# **1** Les effets thermoélectriques

## Effet Seebeck (1821)



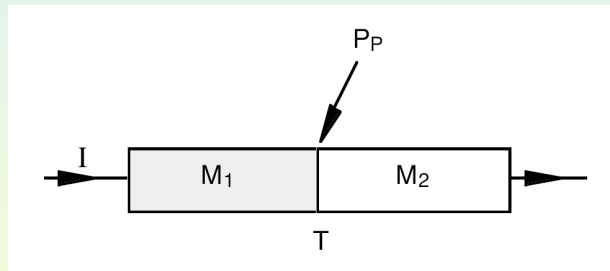
2 métaux différents

2 jonctions à  $T^\circ$  différentes

} apparition d.d.p.  
dans le circuit

$$dV_{1-2} = (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot \Delta T = \alpha \cdot \Delta T$$

## Effet Peltier (1834)



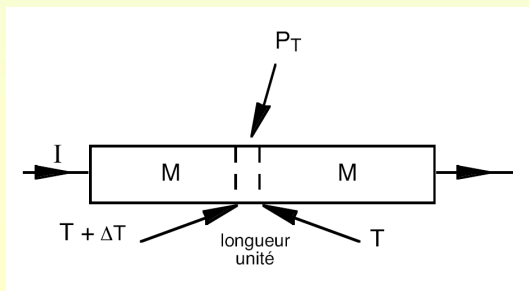
Dégagement ou absorption de chaleur lors du passage d'un courant à la jonction entre 2 métaux ou semi-conducteurs différents

$$Q = \pm (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot I \cdot T = \pm \alpha \cdot I \cdot T = \pm \Pi \cdot I$$

$$\alpha = \frac{\Pi}{T}$$

$$\tau = \frac{d\Pi}{dT} - \alpha = \frac{d\Pi}{dT} - \frac{\Pi}{T}$$

## Effet Thomson (1854)

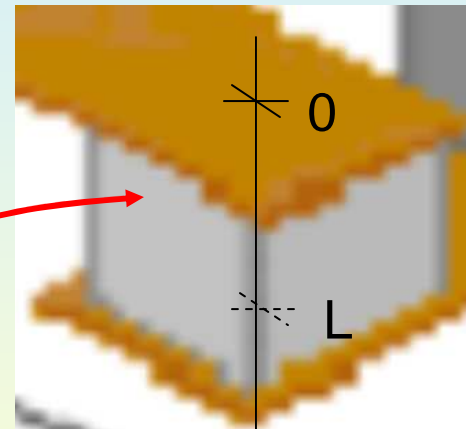
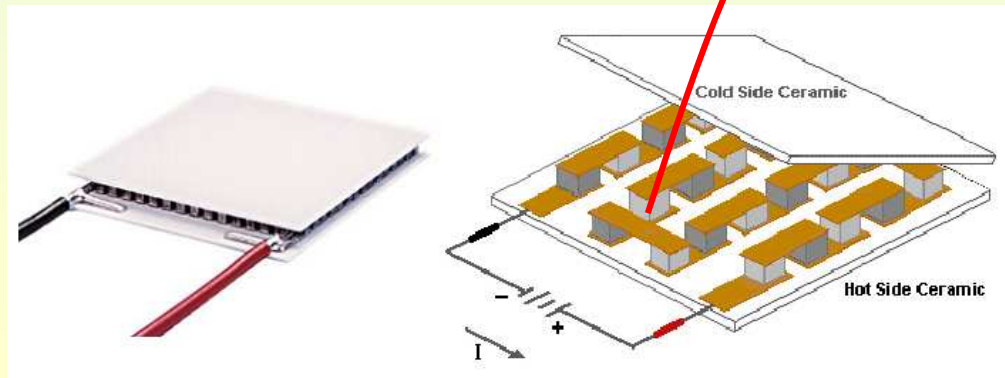


Dégagement ou absorption de chaleur accompagnant le passage d'un courant dans un conducteur en présence d'un gradient de température

$$Q = \tau \cdot I \cdot \Delta T$$

**2**

# Modélisation d'un élément thermoélectrique



**1 D**

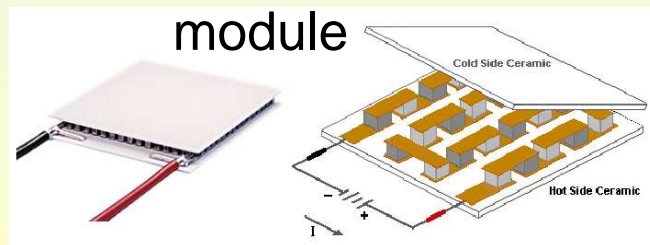
# Les enjeux de la modélisation d'un élément

## ■ Validité des hypothèses simplificatrices de modélisation

- ✓ Répartition symétrique de l'effet joule ?
- ✓ Effet Thomson négligeable ?
- ✓ Coefficients constants ?

## ■ Proposer une modélisation

- ✓ Plus « fine » : effet de la température sur les paramètres
- ✓ Plus « souple » : section variable, évacuation de l'effet joule...
- ✓ Adaptée aux conceptions innovantes

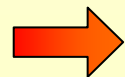


$$Q_f = 33 \text{ kW/m}^2$$



panneau

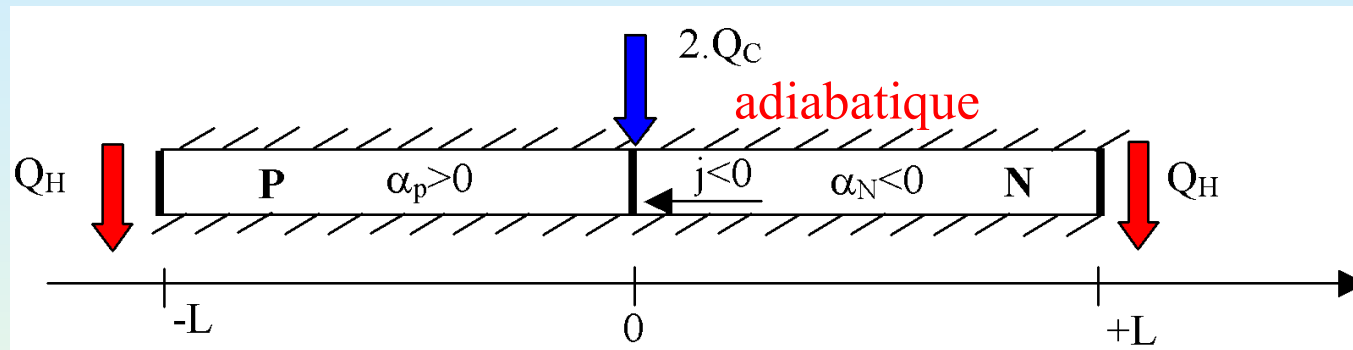
ICG - CRISMAT - ACOME



**Limites des modèles analytiques**

# Les équations

## Les équations dans un élément de type N et P



✓ Vecteur densité de flux  $\vec{q}$  [W/m<sup>2</sup>]

➔  $\alpha_p > 0$  et  $\alpha_N < 0$

$$\vec{q} = -k \cdot \vec{\nabla}(T) + \alpha \cdot \vec{j} \cdot T$$

N ou P

orientation

✓ Equation locale du bilan énergétique

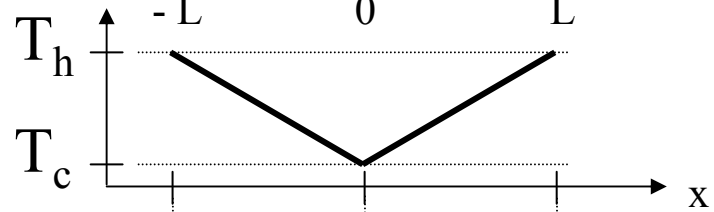
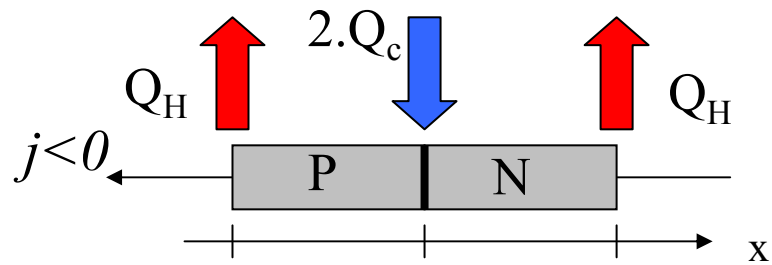
➔ 1D et Régime permanent

$$\text{div}(\vec{q}) = \frac{j^2}{\sigma} + \alpha \cdot \vec{j} \cdot \vec{\nabla}(T) \quad [\text{W/m}^3]$$

$$\frac{d}{dx} \left( -k \cdot \frac{dT}{dx} + \alpha \cdot j \cdot T \right) = \frac{j^2}{\sigma} + \alpha \cdot j \cdot \frac{dT}{dx}$$

$\alpha$  et  $j$  algébriques

N ou P

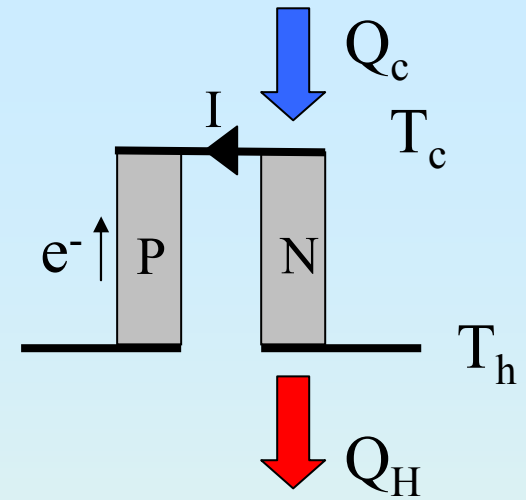


$\alpha$	$\alpha_P > 0$	$\alpha_N < 0$
$\vec{j}$	$\leftarrow < 0$	$\leftarrow < 0$
$\frac{dT(x)}{dx}$	$\leftarrow < 0$	$\rightarrow > 0$
$\alpha \cdot \vec{j} \cdot T$	$\leftarrow < 0$	$\rightarrow > 0$
$-k \cdot \vec{\nabla}(T)$	$\rightarrow > 0$	$\leftarrow < 0$

$$\vec{q} = -k \cdot \vec{\nabla}(T) + \alpha \cdot \vec{j} \cdot T$$

**Directions opposées  
(conduction pénalisante :  $k$  faible !)**

[Logvinov, 2006]



✓ Branche N

$$k \cdot \frac{d^2T(x)}{dx^2} + \frac{j^2}{\sigma} - |\tau| \cdot |j| \cdot \frac{dT(x)}{dx} = 0 \quad \frac{dT(x)}{dx} > 0$$

✓ Branche P

$$k \cdot \frac{d^2T(x)}{dx^2} + \frac{j^2}{\sigma} + |\tau| \cdot |j| \cdot \frac{dT(x)}{dx} = 0 \quad \frac{dT(x)}{dx} < 0$$

**< 0**

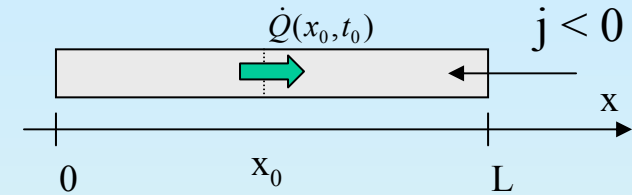
**→ Thomson : Refroidissement  
sur les 2 branches**



- Le flux à travers l'élément thermoélectrique

**N** 
$$\dot{Q}(x,t) = A(x) \cdot \left[ |\alpha| \cdot |j| \cdot T(x,t) - k \cdot \frac{dT(x,t)}{dx} \right] \quad [\text{W}]$$

$\alpha_N < 0$        $j < 0$



- Le régime variable

**N** 
$$C_p \cdot \rho \cdot \frac{dT(x,t)}{dt} = k \cdot \frac{d^2T(x,t)}{dx^2} + \frac{j^2}{\sigma} - |\tau| \cdot |j| \cdot \frac{dT(x,t)}{dx} \quad [\text{W/m}^3]$$

- L'effet Thomson

➔ **Il est souvent négligé ...**

[Snyder, 2002] [Yang, 2005]

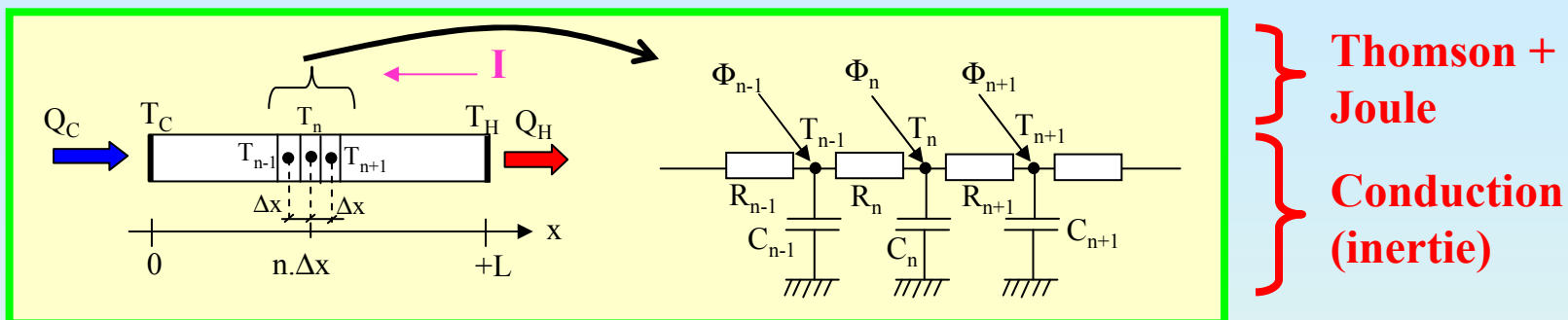
➔ **... mais son rôle n'est pas négligeable ...**

[Huang, 2005] [Pramanick, 2006]

➔ **... et il n'est pas toujours bien pris en compte.**

[Gurevich, 2007]

## ▪ Modélisation analogique d'un élément



$$C_n = \rho(T) \cdot Cp(T) \cdot A(x) \cdot \Delta x \quad [\text{J/K}]$$

$$R_n = \frac{\Delta x}{k(T) \cdot A(x)} \quad [\text{K/W}]$$

✓ Branche N

$$\Phi_n = R_e \cdot I^2 - |\tau| \cdot |I| \cdot \frac{T_{n+1} - T_{n-1}}{2}$$

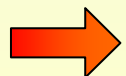
$$R_e = \frac{\rho_e(T) \cdot \Delta x}{A(x)}$$

N

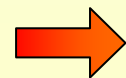
**I et  $\alpha$  considérés positifs dans les équations qui suivent**

$$\dot{Q}_n = |\alpha| \cdot I \cdot T_n - k(T) \cdot A(x) \cdot \frac{T_{n+1} - T_{n-1}}{2 \cdot \Delta x}$$

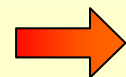
analogie



Paramètres fonction de T :  $\alpha$ ,  $\rho$ ,  $\tau$ ,  $k$



Régime variable



Section variable

- **Autres approches : simplifiée (globale) avec /sans Thomson**

$$\dot{Q}_C = \alpha \cdot I \cdot T_C - K \cdot \Delta T - \frac{1}{2} \cdot R \cdot I^2 + \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot I \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q}_H = \alpha \cdot I \cdot T_H - K \cdot \Delta T + \frac{1}{2} \cdot R \cdot I^2 - \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot I \cdot \Delta T$$

➔ **Très rarement utilisé :  
c'est pourtant important**

- **Autre approche : analytique** [Chakraborty, 2006]

➔ **Paramètres constants, section constante**

$$\dot{Q}(x) = \alpha \cdot I \cdot T(x) - \frac{k \cdot I}{\tau \cdot \sigma} + \frac{\left(-Q_F + \frac{k \cdot \rho_e \cdot I}{\tau}\right) \cdot \frac{Q_T}{Q_F}}{\exp\left[\frac{Q_T}{Q_F} \left(1 - \frac{x}{L}\right)\right] - \exp\left[-\frac{Q_T}{Q_F} \frac{x}{L}\right]}$$

$$T(x) = T_C + \left(T_H - T_C - \frac{c}{b} L\right) \cdot \frac{\exp(-b \cdot x) - 1}{\exp(-b \cdot L) - 1} + \frac{c}{b} x$$

$$Q_F = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{L}$$

$$Q_T = \tau \cdot I \cdot \Delta T$$

$$b = -\frac{\tau j}{k}$$

$$c = -\frac{j^2}{k \cdot \sigma}$$

- **Puissance électrique**

$$P = \dot{Q}_H - \dot{Q}_C$$

$$P = R \cdot I^2 + (\alpha - \tau) \cdot I \cdot \Delta T$$

➔ **analytique et simplifiée**

## ■ Causes de dégradation de l'énergie ?

✓ Flux d'entropie  
(désordre)

$$\vec{J}_S = \frac{-k \cdot \vec{\nabla}(T)}{T} + \alpha \cdot \vec{j} \quad [\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})]$$

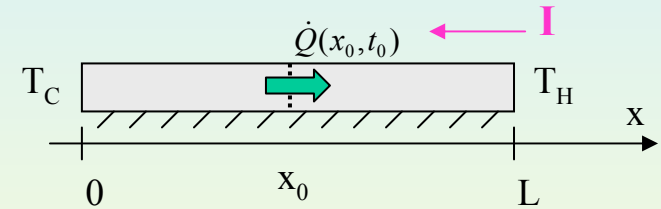
Branche N, 1D

$$J_S(x) = \frac{-k}{T(x)} \cdot \frac{dT(x)}{dx} + |\alpha| \cdot |j| = \frac{\dot{Q}(x)}{A(x) \cdot T(x)}$$

✓ Création Totale d'entropie sur l'élément

$$\dot{S}_{gen} = \frac{\dot{Q}_H}{T_H} - \frac{\dot{Q}_C}{T_C} = (J_S)_H \cdot A_H - (J_S)_C \cdot A_C \quad [\text{W}/\text{K}]$$

(adiabatique et RP)



Expression analytique (Branche N, 1D) :

$$\dot{S}_{gen} = \frac{K \cdot R \cdot I}{\tau} \cdot \left( \frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_H} \right) + \frac{\tau \cdot I \cdot \Delta T - R \cdot I^2}{1 - \exp\left(\frac{\tau \cdot I}{K}\right)} \cdot \left[ -\frac{1}{T_C} + \frac{\exp\left(\frac{\tau \cdot I}{K}\right)}{T_H} \right] \quad [\text{W}/\text{K}]$$

Approche simplifiée (avec Thomson) :

$$\dot{S}_{gen} = \frac{1}{2} \cdot (R \cdot I^2 - \tau \cdot I \cdot \Delta T) \cdot \left( \frac{1}{T_H} + \frac{1}{T_C} \right) - K \cdot \Delta T \cdot \left( \frac{1}{T_H} - \frac{1}{T_C} \right) \quad [\text{W}/\text{K}]$$

✓ Création locale d'entropie

$$\dot{S}_{gen} = \frac{j^2}{\sigma \cdot T} - k \cdot \nabla(T) \cdot \nabla\left(\frac{1}{T}\right) \quad [\text{W}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})]$$

$$\dot{S}_{gen_n} = \frac{(J_S)_{n+1} \cdot A_{n+1} - (J_S)_{n-1} \cdot A_{n-1}}{2 \cdot \Delta x \cdot A_n} \quad [\text{W}/(\text{m}^3 \cdot \text{K})]$$

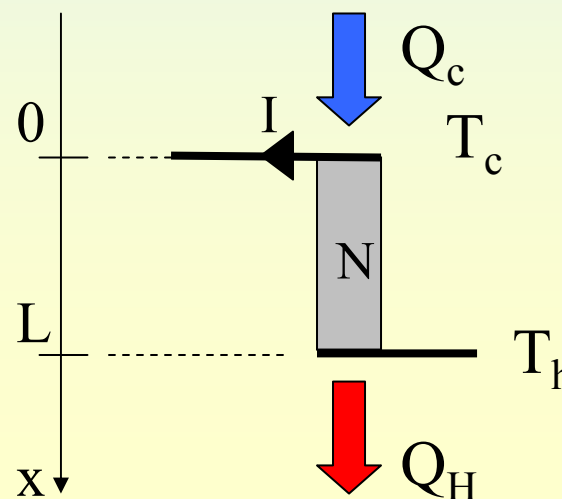
( Modélisation analogique)

# **3 Etude du comportement d'un élément**

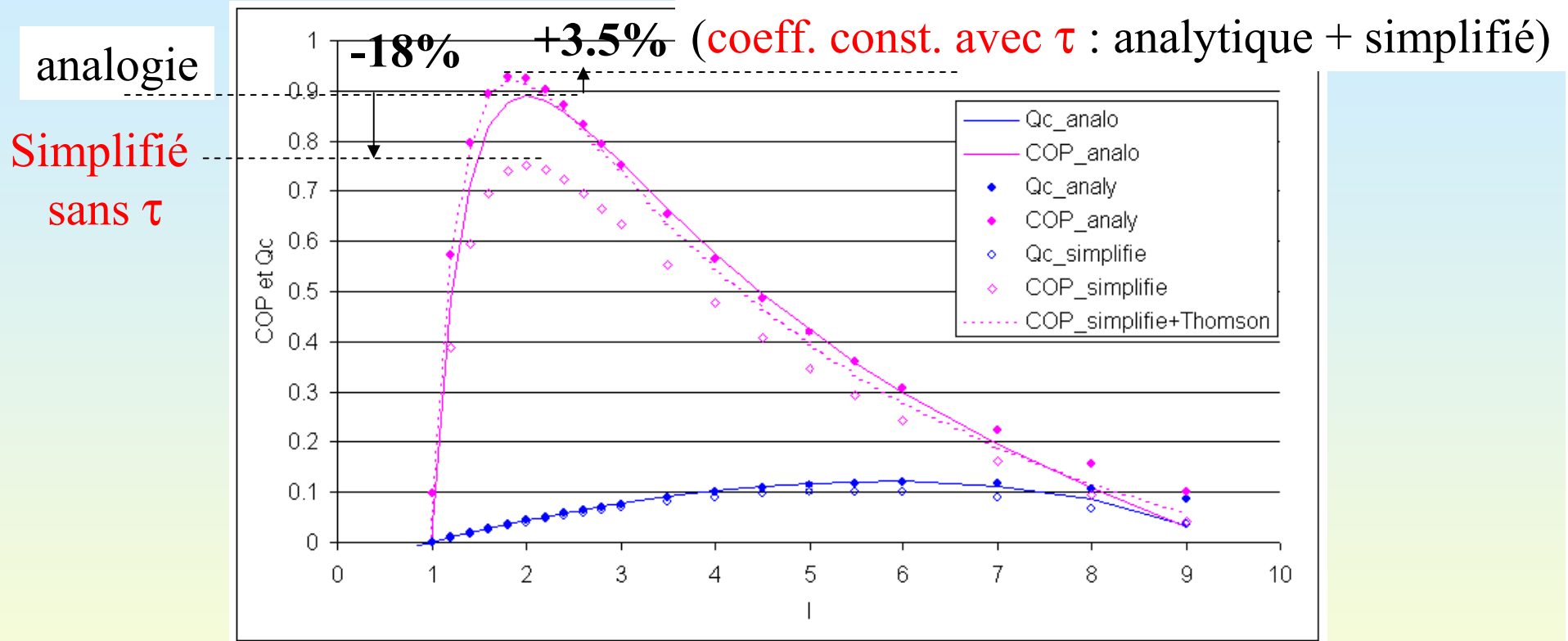
## ▪ Les hypothèses

	Simplifié Analytique	Analogie
Température côté froid ( $x=0$ )	$T_C = 270K$	<p><i>Analogie électrique :</i>  <i>paramètres fonction de T</i></p> $(62605 - 277.7 * T + 0.4131 * T^2) * 10^{-4}$ $(5112 + 163.4 * T + 0.6279 * T^2) * 10^{-10}$ $(22224 + 930.6 * T - 0.9905 * T^2) * 10^{-9}$ $(930.6 - 0.9905 * T^2) * 10^{-9} * T$
Température côté chaud ( $x=L$ )	$T_H = 300K$	
Longueur	$L = 1.4 \cdot 10^{-3}m$	
Section constante	$A = 1.4 \cdot 10^{-6} m^2$	
Conductivité thermique	$\lambda = 1.701 \text{ W/mK}$	
Résistivité électrique	$\rho = 1.027 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot m$	
Coefficient de Seebeck	$\alpha = 2.07 \cdot 10^{-4} \text{ V/K}$	
Coefficient de Thomson	$\tau = 1.04 \cdot 10^{-4} \text{ V/K}$	

**Mode refroidissement  
Type N  
 $\Delta T = 30^\circ\text{C}$**



## ■ Importance de l'effet Thomson



Simplifié + Thomson → satisfaisant

$$\dot{Q}_C = \alpha \cdot I \cdot T_C - K \cdot \Delta T - \frac{1}{2} \cdot R \cdot I^2 + \frac{1}{2} \cdot \tau \cdot I \cdot \Delta T$$

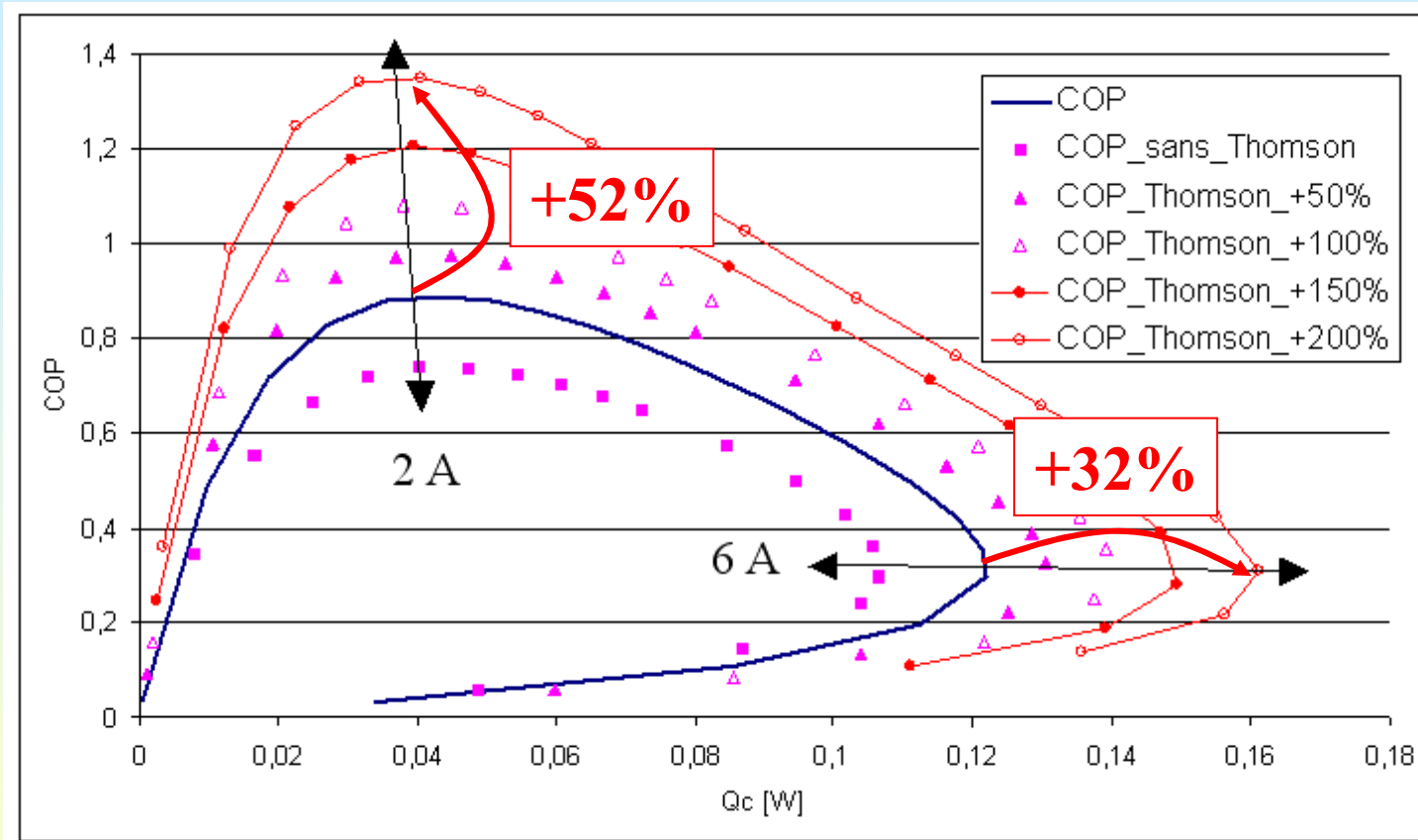
$$I = 2A$$

Sous estime  $COP_{max}$  ← Simplifié

→ coeff. const. : COP légèrement sur-estimé



## ▪ Influence de la variation du coefficient de Thomson



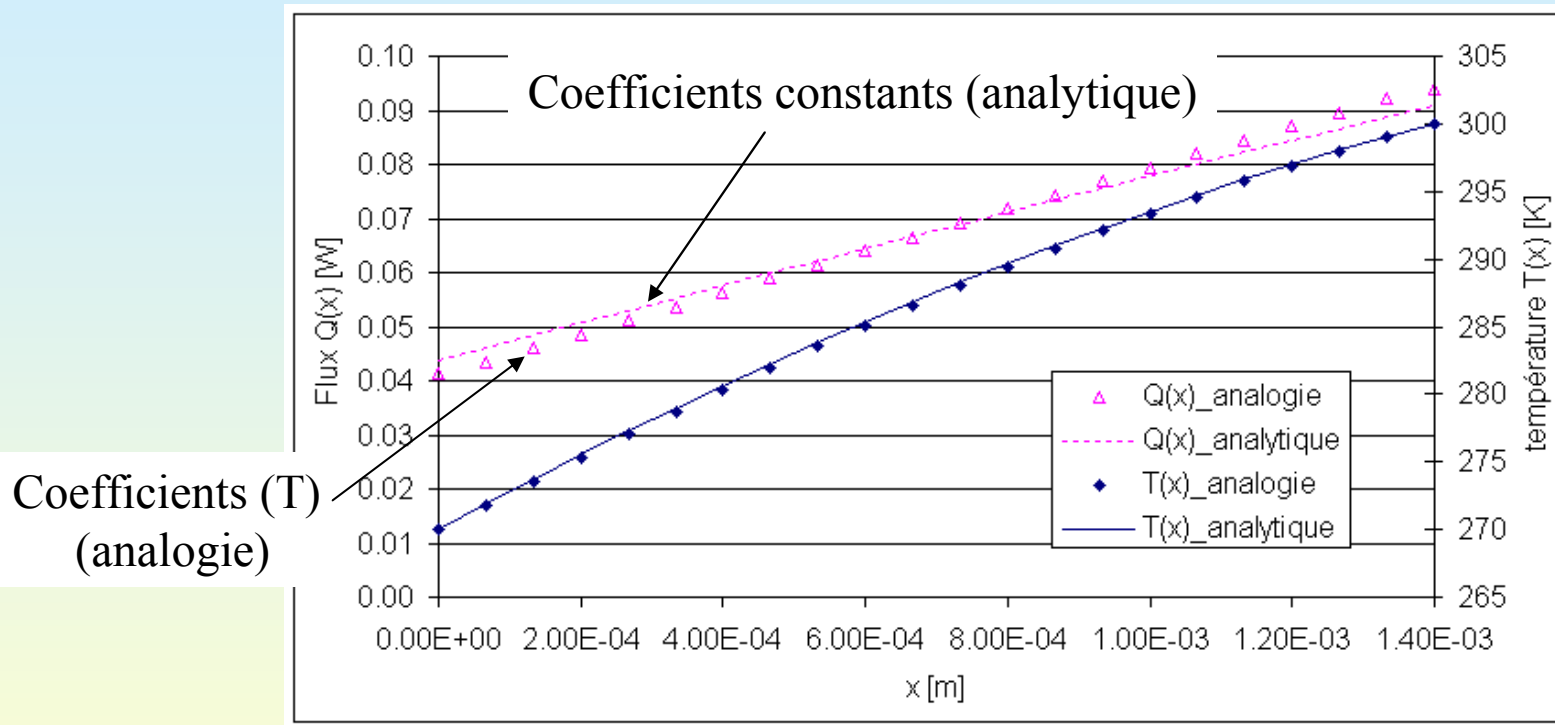
intensité : 1 à 9A

$COP_{max} : 2A$

$Q_{c,max} : 6A$

▪ Paramètres constants ou non ?

✓ répartition de T(x) et Q(x)



I = 2 A

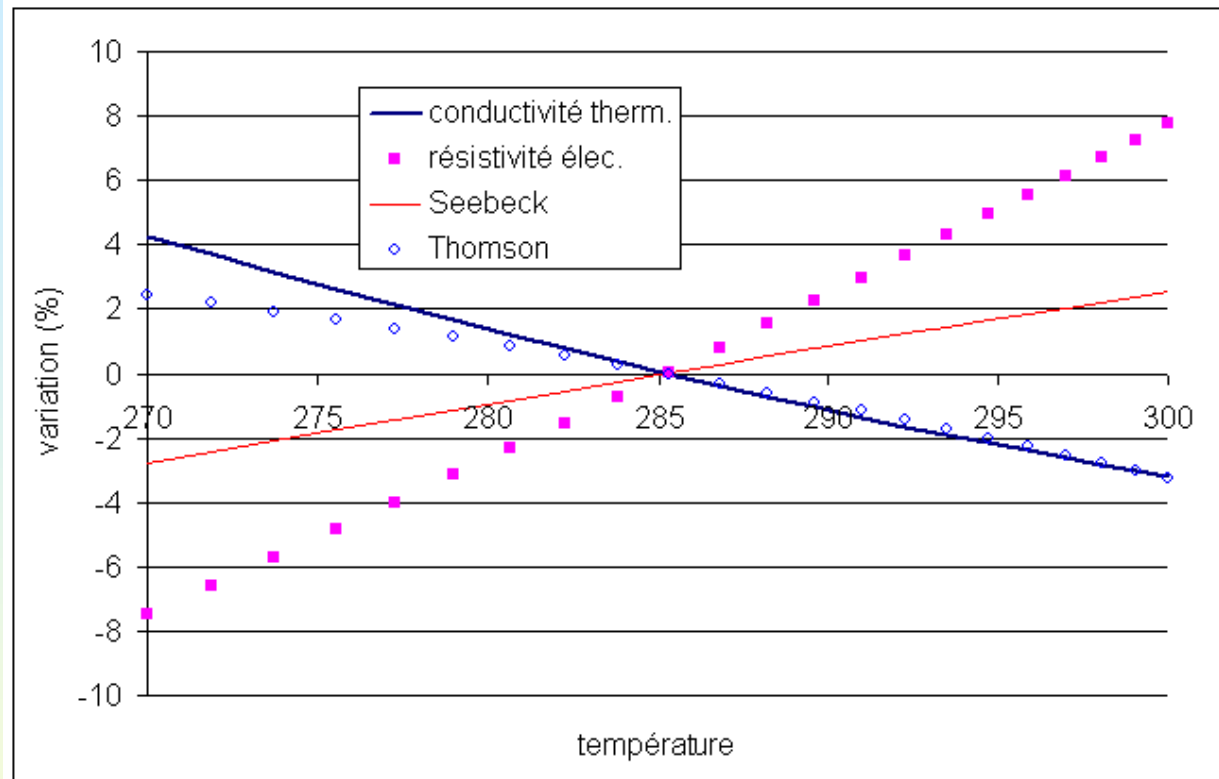
➔ Prendre en compte l'effet de la température modifie légèrement Q(x)  
... et donc légèrement le COP

$$COP = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}$$

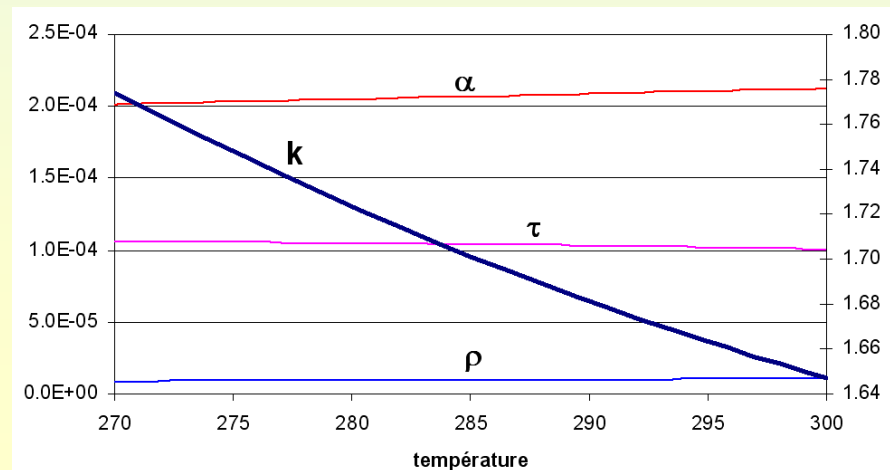
- Réduction  $Q_C$
- Augmentation  $Q_H - Q_C$

COP - 3.5%

# ✓ Variation des différents paramètres en fonction de la température



➔  $\Delta T$  faible ( $30^\circ\text{C}$ )



## Contribution de chacun des effets

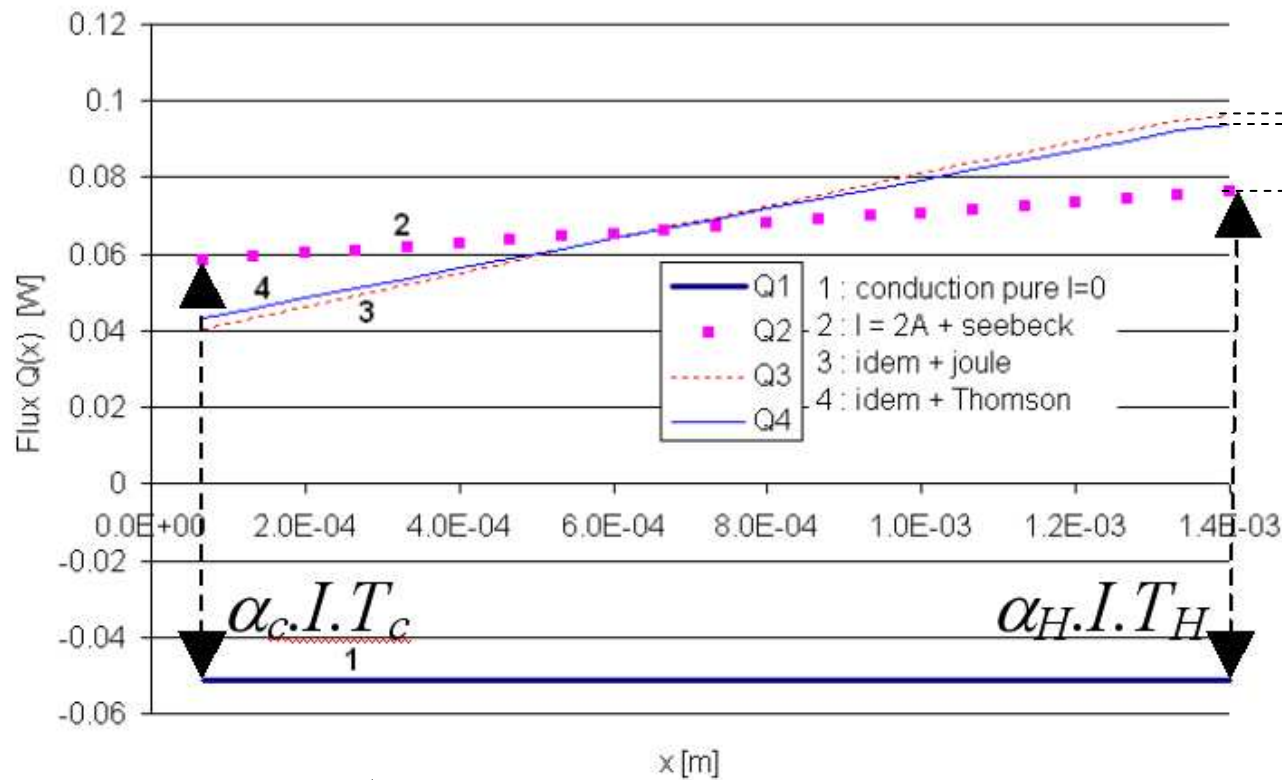
Analogie électrique

2. Peltier :  $\alpha_c \cdot I \cdot T_c$  et  $\alpha_H \cdot I \cdot T_H$

3. Effet joule :  $0.5 \cdot R \cdot I^2 = 0.0205 \text{ W}$

4. Effet Thomson :  $0.5 \cdot \tau \cdot I \cdot \Delta T = 0.00312 \text{ W}$

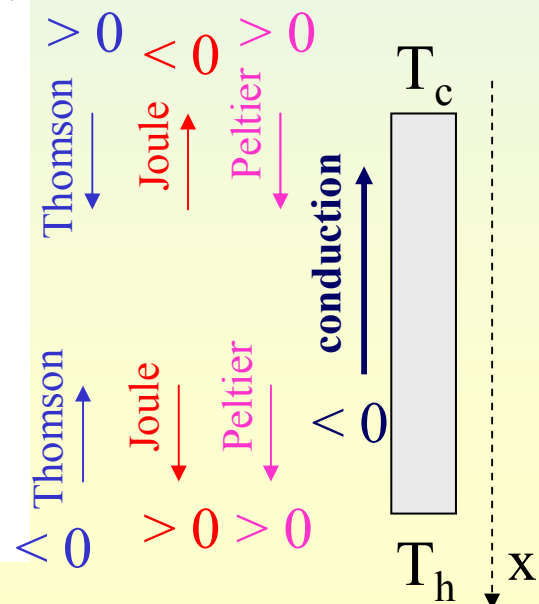
➔ Répartition quasi-identique

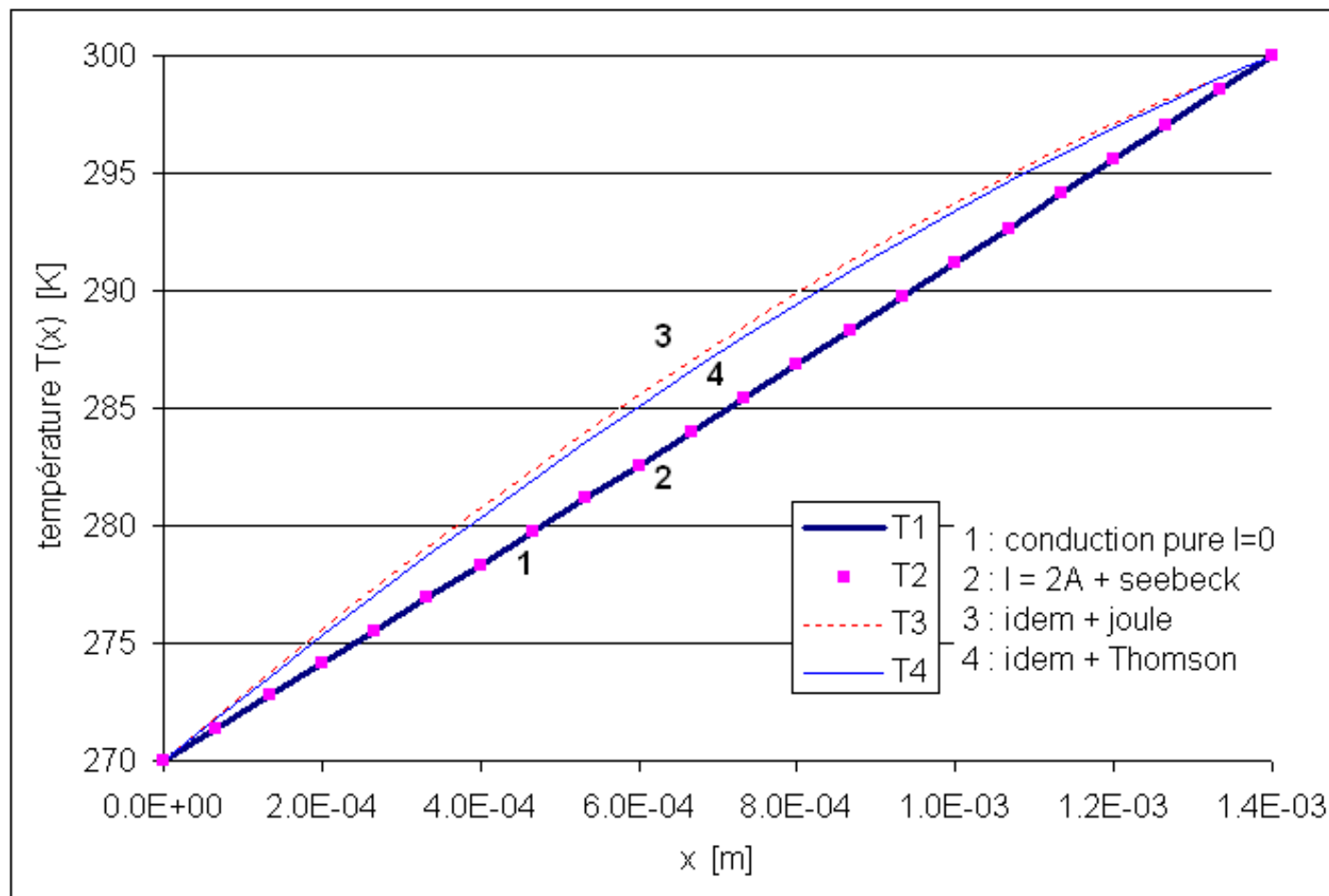


$\alpha_c < \alpha_H$

$0.5 \cdot \tau \cdot I \cdot \Delta T$

$0.5 \cdot R \cdot I^2$





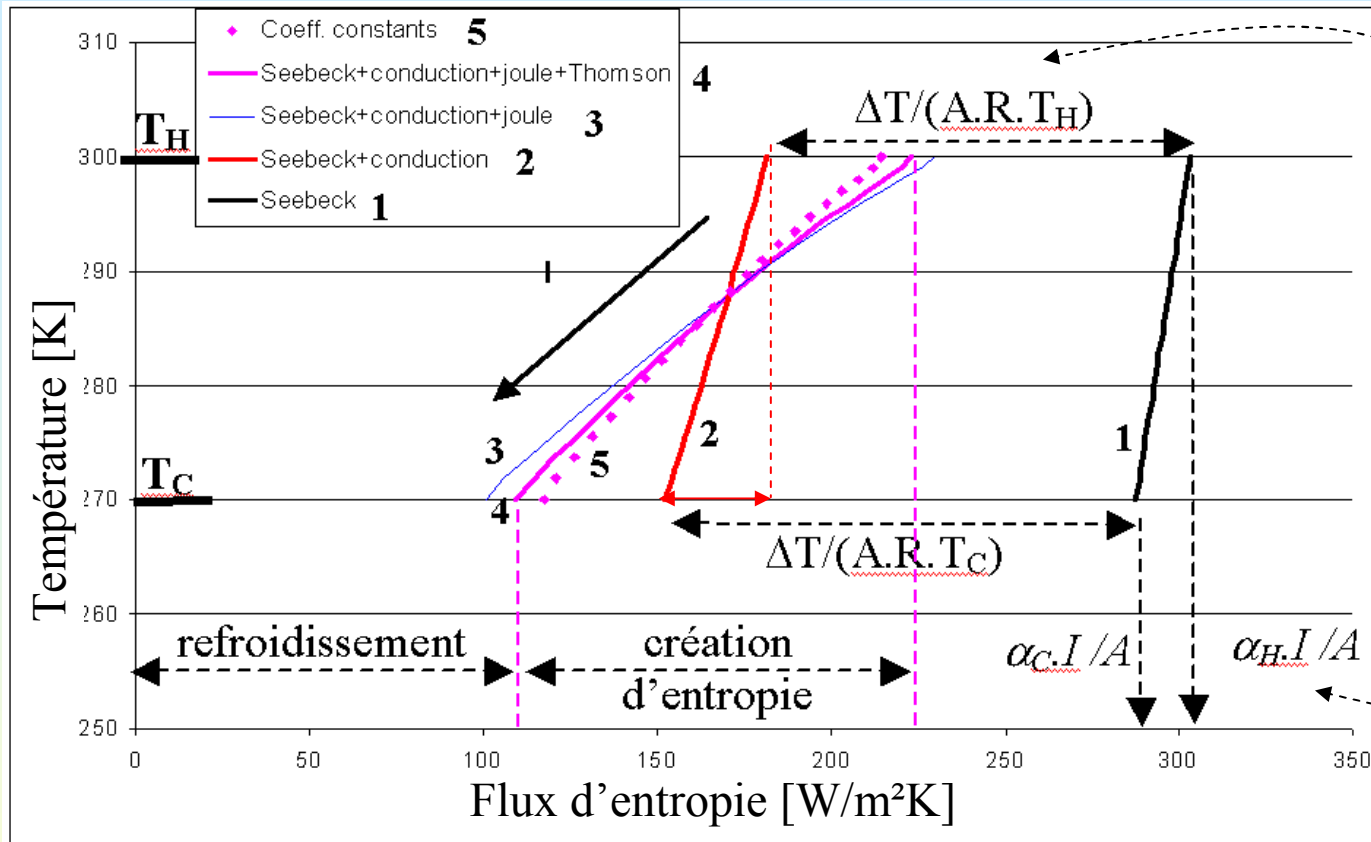
➔ Peltier ne modifie rien (effet à la jonction)

➔ Rôle essentiel de l'effet Joule

➔ Léger refroidissement avec  $\tau$

# ■ Cause des dégradations de l'énergie ?

Section constante

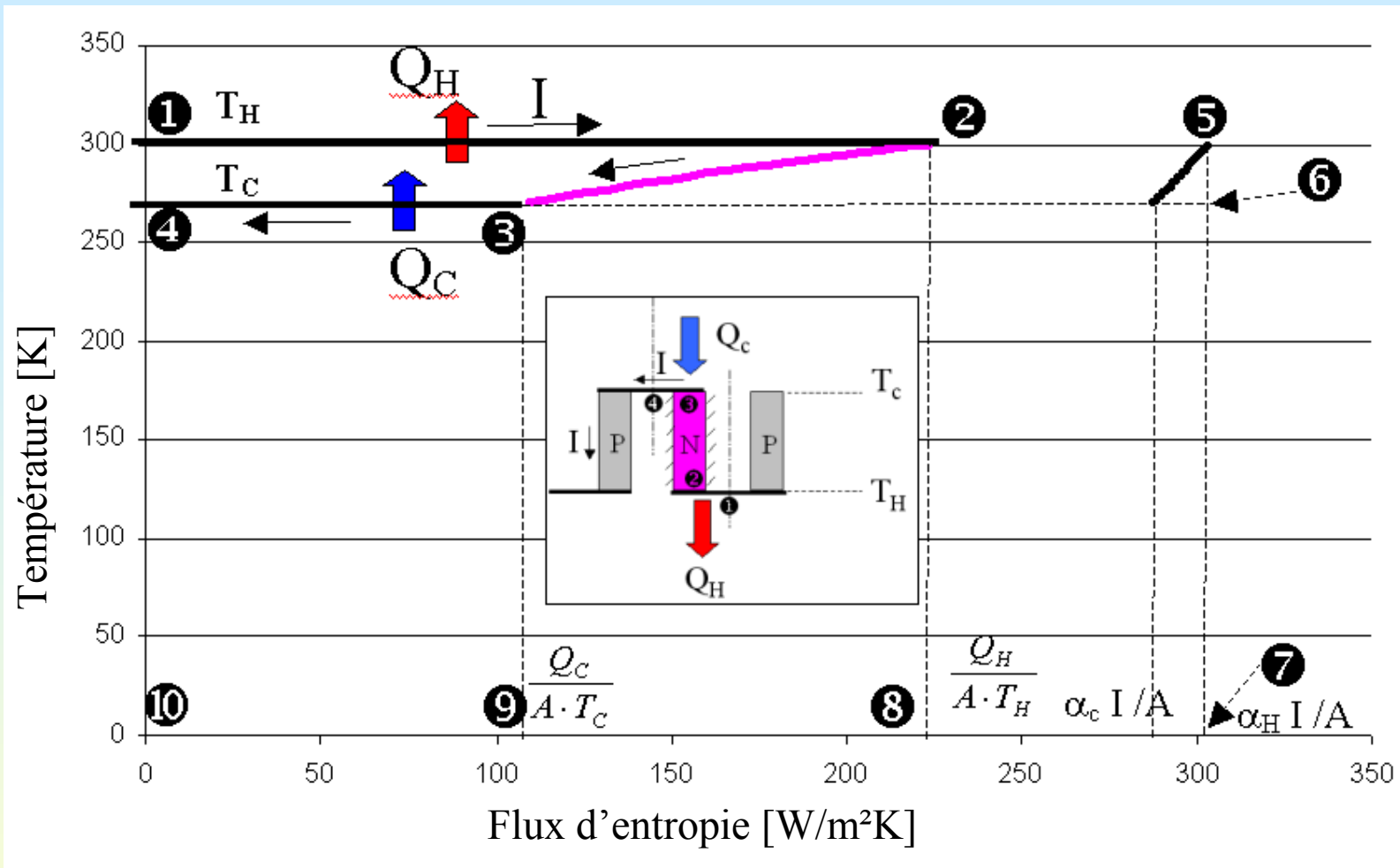


$$\vec{J}_s = \frac{-k \cdot \vec{\nabla}(T)}{T} + \alpha \cdot \vec{j}$$

constant

$$\dot{S}_{gen} = [(J_s)_H - (J_s)_C] \cdot A$$

- ➔ 1 : Peltier seul créé de l'entropie car  $\alpha(T) : \alpha_H > \alpha_C$
- ➔ 2-3 : Création d'entropie surtout liée à l'effet joule
- ➔ 3-4 : Thomson réduit la création d'entropie :  $T(x)$  (gradient plus faible)
- ➔ 5-4 : Paramètre  $(T)$  créé de l'entropie



$$J_s(x) = \frac{\dot{Q}(x)}{A(x) \cdot T(x)}$$

$$Q_C = \text{aire (3-4-10-9)} \cdot A$$

Rapport d'aires

- 1-2 : transformation isotherme
- 2-3 : transformation adiabatique et irréversible
- 3-4 : transformation isotherme

$$COP_{réel} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}$$

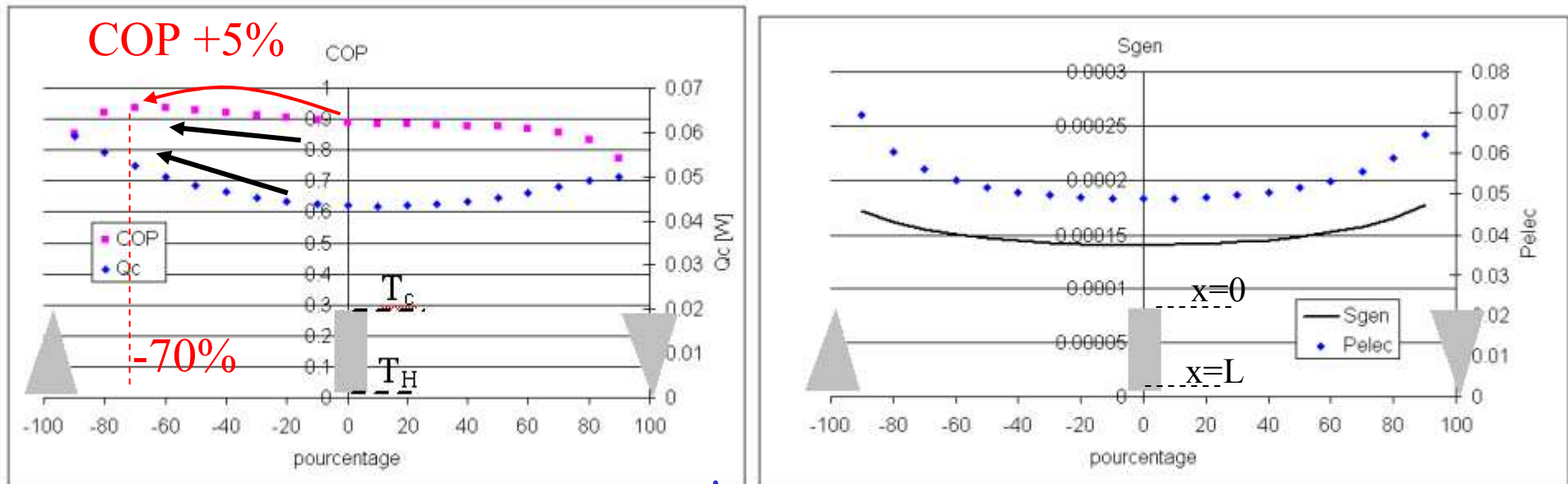
$$3-4-10-9 / 1-2-8-9-3-4$$

$$COP_{Carnot} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

$$4-6-7-10 / 1-5-6-4$$

## ▪ Influence de la section variable

- ✓ Volume total constant,  $I=I_{opt}=2A$  (COP=0.89, section constante)
- ✓ paramètres fonction de la température



$$Q(x) = \alpha(T) \cdot I \cdot T(x) - k(T) \cdot A(x) \cdot \frac{dT(x,t)}{dx}$$

$$COP = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}$$

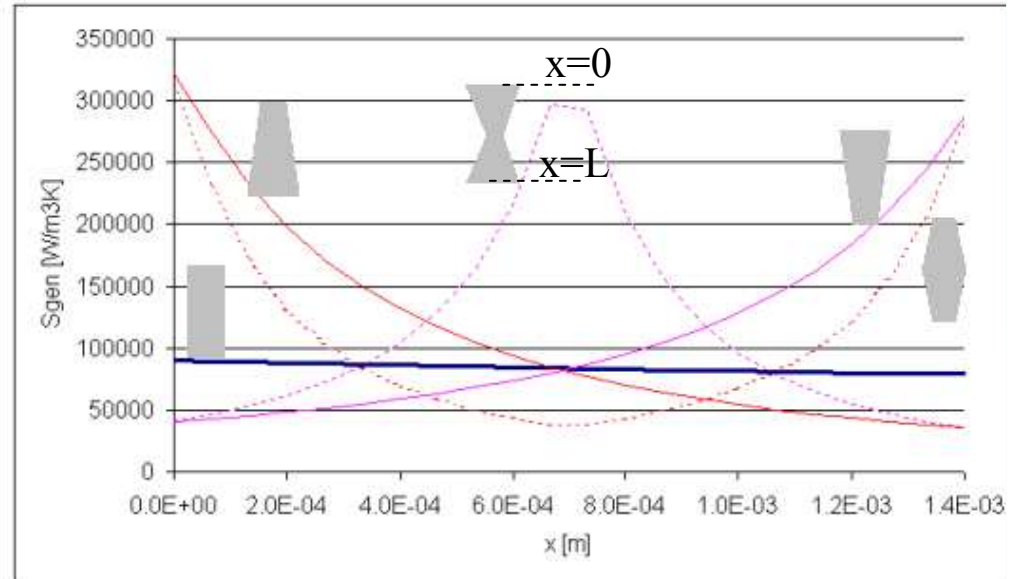
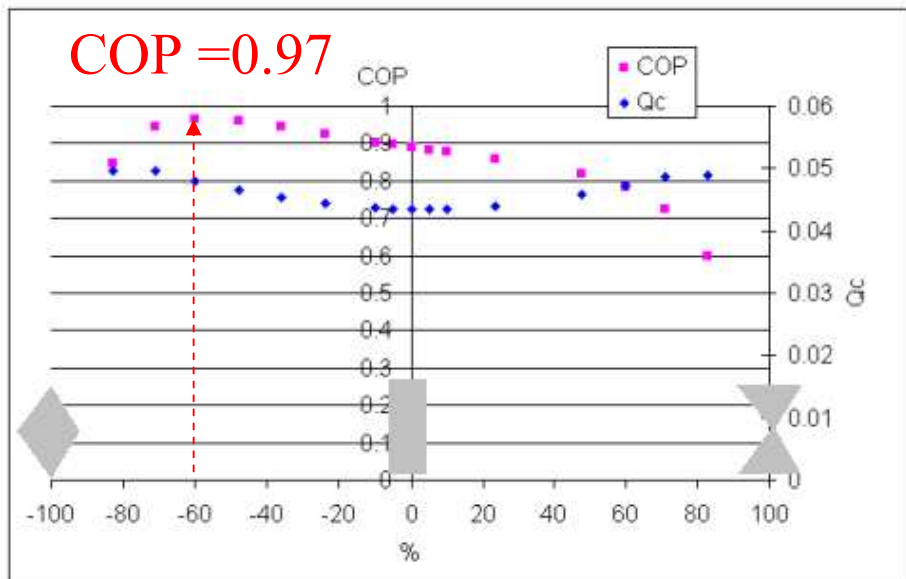
$x=0$  : minimiser pour COP max

$A(x)$  diminue : gradient augmente (Joule)

Compromis pour optimiser le COP

➔ Optimum -70% (COP=0.89 à 0.94) : section plus étroite côté froid

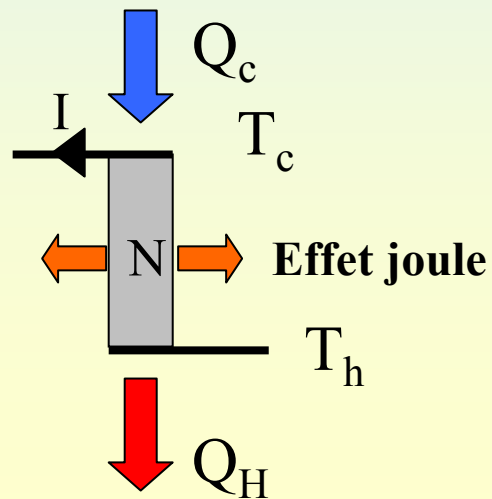
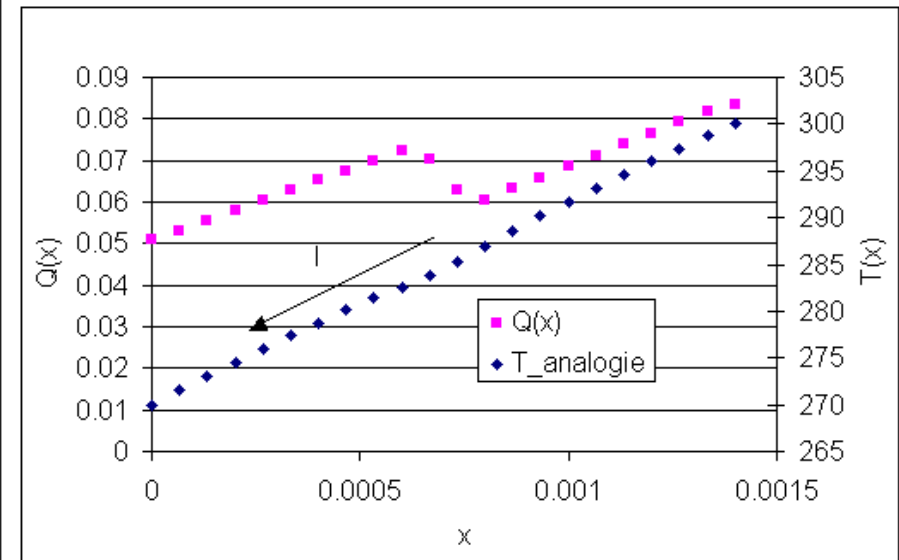
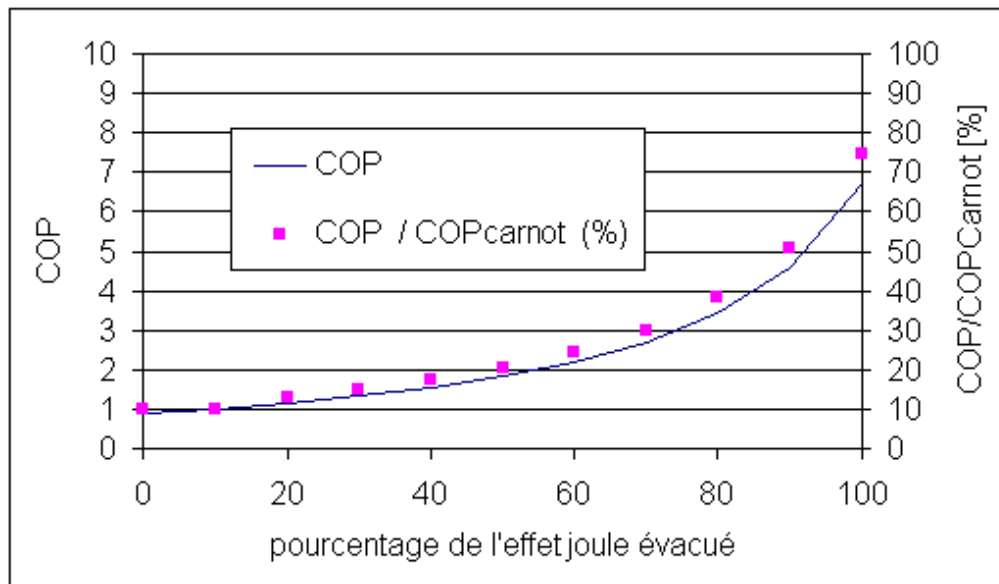




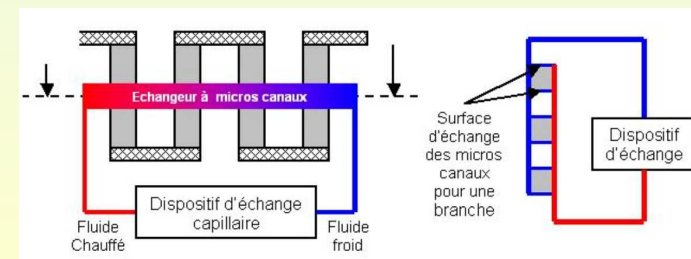
**➔ -60 % : COP = 0.97 (+9%)**

**➔ Section faible = création d'entropie (effet joule)**

## Évacuation de l'effet joule à mi-hauteur



## Micro-caloducs ? (électronique)

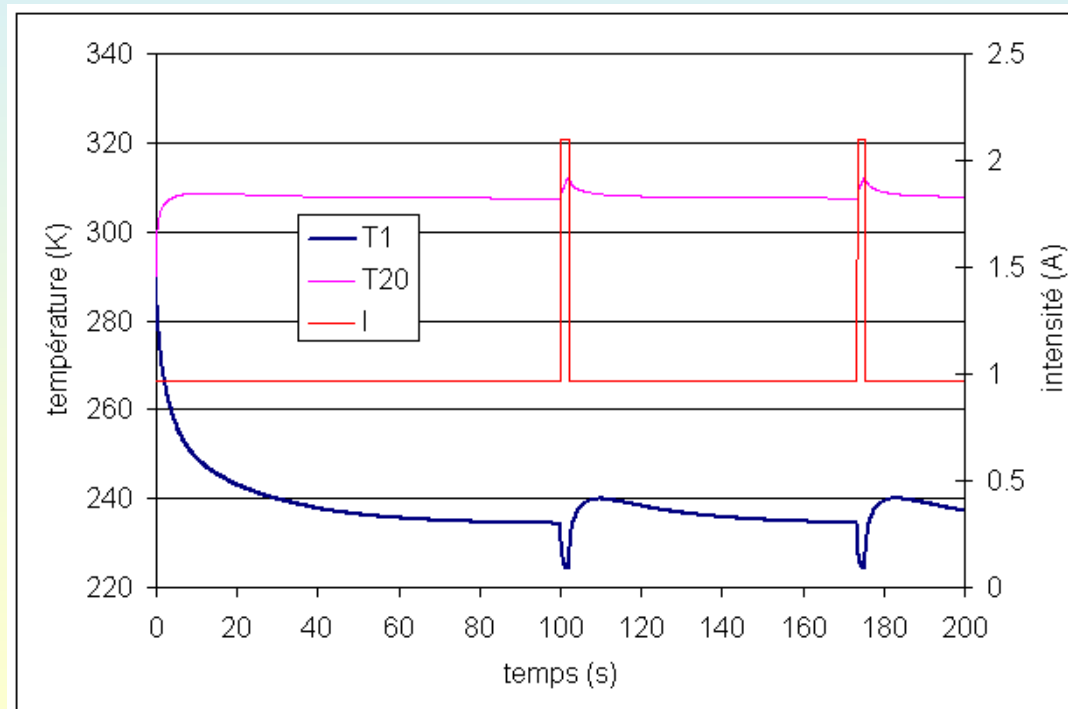


Master Recherche : JY Serrat  
LOCIE - CRISMAT

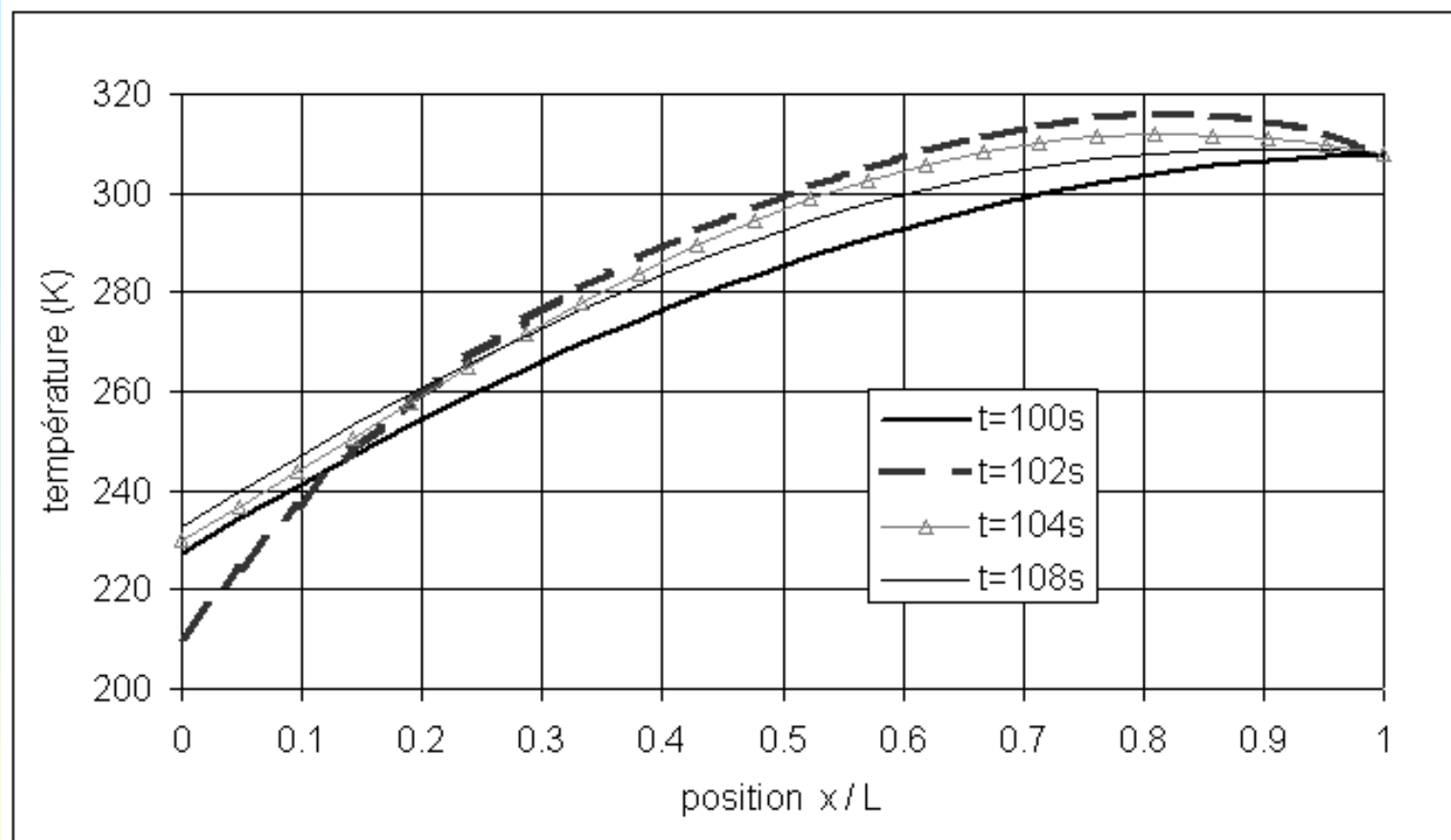
## ▪ Courant pulsé : sur-refroidissement

[Snyder, 2002] [Yang, 2005] [Chakraborty\_2, 2006]

- ✓ Pulse de courant (2s)
- ✓ Refroidissement instantané (effet Peltier)
- ✓ Inertie : retard sur réchauffement dû à l'effet joule



➔ **Refroidissement de courte durée !**



➔ **Seulement 10 % de l'élément est refroidi**

➔ **Refroidissement « éphémère »**

# **4 Conclusion**

- **Mise en évidence des limites des simplifications (littérature)**

- ✓ Coefficients constants
- ✓ Thomson négligé

- **Modélisation analogique**

- ✓ Prend en compte des phénomènes complexes
- ✓ Grande souplesse (si non adiabatique ...)
- ✓ Couplage avec système complet (simulations annuelles)

- **Perspectives**

- ✓ Validation : expérimentation, 2D/3D (non adiabatique)
- ✓ Panneaux thermoélectriques, double-flux thermoélectrique



ICG - CRISMAT - ACOME

**Merci pour votre attention**